

# Esercizi di Logica

**Dimostrare l'invalidità degli argomenti raccolti nelle pagine seguenti, dopo averli riscritti in forma lineare.** Ogni linea corrisponde ad una premessa e va congiunta alla(e) seguente(i) mediante il connettivo (predicato proposizionale) “·”, mentre l'ultima linea preceduta da “∴” è la conclusione, e va connessa alla congiunzione delle premesse mediante il connettivo (predicato proposizionale) “⊃”. Per esempio la 1. diventa:

$$((A \supset B) \cdot (C \supset D) \cdot (A \vee D)) \supset (B \vee C)$$

La soluzione: per falsificare l'argomento la conclusione deve  $\equiv 0$  e l'insieme delle premesse  $\equiv 1$ . Ora per avere questo esito nella conclusione,  $B \equiv 0$  e  $C \equiv 0$ . Con questi valori determinati per B e C, vediamo quali valori delle altre due variabili A e D potrebbero portare ad avere  $\equiv 1$  nell'insieme delle premesse, il che falsificherebbe l'argomento. E' evidente che A non potrà mai essere  $\equiv 1$  altrimenti la prima premessa diverrebbe  $\equiv 0$  e la congiunzione delle premesse diverrebbe subito  $\equiv 0$ , falsificando la falsificazione. Quindi,  $A \equiv 0$ . Con  $A \equiv 0$ ,  $D \equiv 1$ , altrimenti l'ultima premessa diverrebbe  $\equiv 0$ . Quindi, occorre provare se per  $A \equiv 0$ ,  $B \equiv 0$ ,  $C \equiv 0$ ,  $D \equiv 1$ , che potrebbe essere una combinazione di valori che falsifica l'argomentazione, essa viene davvero falsificata:

$$\begin{aligned} & ((0 \supset 0) \cdot (0 \supset 1) \cdot (0 \vee 1)) \supset (0 \vee 0) \\ & (1 \cdot 1 \cdot 1) \supset 0 \\ & 1 \supset 0 \\ & 0 \end{aligned}$$

Quindi l'argomento è invalido, perché falsificato per almeno una delle sue possibili combinazioni di valori delle variabili. Ulteriore questione: l'argomento è invalido anche per altre combinazioni di valori di variabili?

$$\begin{aligned} 1. & A \supset B \\ & C \supset D \\ & A \vee D \\ & \therefore B \vee C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. & I \vee \sim J \\ & \sim (\sim K \cdot L) \\ & \sim (\sim I \cdot \sim L) \\ & \therefore \sim J \supset K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. & S \supset (T \supset U) \\ & V \supset (W \supset X) \\ & T \supset (V \cdot W) \\ & \sim (T \cdot X) \\ & \therefore S \equiv U \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. & \sim (E \cdot F) \\ & (\sim E \cdot \sim F) \supset (G \cdot H) \\ & H \supset G \\ & \therefore G \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. & M \supset (N \vee O) \\ & N \supset (P \vee Q) \\ & Q \supset R \\ & \sim (R \vee P) \\ & \therefore \sim M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. & A \equiv (B \vee C) \\ & B \equiv (C \vee A) \\ & C \equiv (A \vee B) \\ & \sim A \\ & \therefore B \vee C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7. \quad & D \supset (E \vee F) \\
& G \supset (H \vee I) \\
& \sim E \supset (I \vee J) \\
& (I \supset G) \cdot (\sim H \supset \sim G) \\
& \sim J \\
& \therefore D \supset (G \vee I)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9. \quad & (S \supset T) \cdot (T \supset S) \\
& (U \cdot T) \vee (\sim T \cdot \sim U) \\
& (U \vee V) \vee (S \vee T) \\
& \sim U \supset (W \cdot X) \\
& (V \supset \sim S) \cdot (\sim V \supset \sim Y) \\
& X \supset (\sim Y \supset \sim X) \\
& (U \vee S) \cdot (V \vee Z) \\
& \therefore X \cdot Z
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. \quad & K \supset (L \cdot M) \\
& (L \supset N) \vee \sim K \\
& O \supset (P \vee \sim N) \\
& (\sim P \vee Q) \cdot \sim Q \\
& (R \vee \sim P) \vee \sim M \\
& \therefore K \supset R
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10. \quad & A \supset (B \supset \sim C) \\
& (D \supset D) \cdot (E \supset A) \\
& F \vee C \\
& G \supset \sim H \\
& (I \supset G) \cdot (H \supset J) \\
& I \equiv \sim D \\
& (B \supset H) \cdot (\sim H \supset D) \\
& \therefore E \equiv F
\end{aligned}$$