

Esercizi di Logica

Dimostrare l'invalidità degli argomenti raccolti nelle pagine seguenti, dopo averli riscritti in forma lineare. Ogni linea corrisponde ad una premessa e va congiunta alla(e) seguente(i) mediante il connettivo (predicato proposizionale) “·”, mentre l'ultima linea preceduta da “∴” è la conclusione, e va connessa alla congiunzione delle premesse mediante il connettivo (predicato proposizionale) “⊃”. Per esempio la 1. diventa:

$$((A \supset B) \cdot (C \supset D) \cdot (A \vee D)) \supset (B \vee C)$$

La soluzione: per falsificare l'argomento la conclusione deve $\equiv 0$ e l'insieme delle premesse $\equiv 1$. Ora per avere questo esito nella conclusione, $B \equiv 0$ e $C \equiv 0$. Con questi valori determinati per B e C, vediamo quali valori delle altre due variabili A e D potrebbero portare ad avere $\equiv 1$ nell'insieme delle premesse, il che falsificherebbe l'argomento. E' evidente che A non potrà mai essere $\equiv 1$ altrimenti la prima premessa diverrebbe $\equiv 0$ e la congiunzione delle premesse diverrebbe subito $\equiv 0$, falsificando la falsificazione. Quindi, $A \equiv 0$. Con $A \equiv 0$, $D \equiv 1$, altrimenti l'ultima premessa diverrebbe $\equiv 0$. Quindi, occorre provare se per $A \equiv 0$, $B \equiv 0$, $C \equiv 0$, $D \equiv 1$, che potrebbe essere una combinazione di valori che falsifica l'argomentazione, essa viene davvero falsificata:

$$\begin{aligned} & ((0 \supset 0) \cdot (0 \supset 1) \cdot (0 \vee 1)) \supset (0 \vee 0) \\ & (1 \cdot 1 \cdot 1) \supset 0 \\ & 1 \supset 0 \\ & 0 \end{aligned}$$

Quindi l'argomento è invalido, perché falsificato per almeno una delle sue possibili combinazioni di valori delle variabili. Ulteriore questione: l'argomento è invalido anche per altre combinazioni di valori di variabili?

$$\begin{aligned}
 1. \quad & A \supset B \\
 & C \supset D \\
 & A \vee D \\
 & \therefore B \vee C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & I \vee \sim J \\
 & \sim (\sim K \cdot L) \\
 & \sim (\sim I \cdot \sim L) \\
 & \therefore \sim J \supset K
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad & S \supset (T \supset U) \\
 & V \supset (W \supset X) \\
 & T \supset (V \cdot W) \\
 & \sim (T \cdot X) \\
 & \therefore S \equiv U
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \sim (E \cdot F) \\
 & (\sim E \cdot \sim F) \supset (G \cdot H) \\
 & H \supset G \\
 & \therefore G
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad & M \supset (N \vee O) \\
 & N \supset (P \vee Q) \\
 & Q \supset R \\
 & \sim (R \vee P) \\
 & \therefore \sim M
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad & A \equiv (B \vee C) \\
 & B \equiv (C \vee A) \\
 & C \equiv (A \vee B) \\
 & \sim A \\
 & \therefore B \vee C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7. \quad & D \supset (E \vee F) \\
& G \supset (H \vee I) \\
& \sim E \supset (I \vee J) \\
& (I \supset G) \cdot (\sim H \supset \sim G) \\
& \sim J \\
& \therefore D \supset (G \vee I)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9. \quad & (S \supset T) \cdot (T \supset S) \\
& (U \cdot T) \vee (\sim T \cdot \sim U) \\
& (U \vee V) \vee (S \vee T) \\
& \sim U \supset (W \cdot X) \\
& (V \supset \sim S) \cdot (\sim V \supset \sim Y) \\
& X \supset (\sim Y \supset \sim X) \\
& (U \vee S) \cdot (V \vee Z) \\
& \therefore X \cdot Z
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. \quad & K \supset (L \cdot M) \\
& (L \supset N) \vee \sim K \\
& O \supset (P \vee \sim N) \\
& (\sim P \vee Q) \cdot \sim Q \\
& (R \vee \sim P) \vee \sim M \\
& \therefore K \supset R
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10. \quad & A \supset (B \supset \sim C) \\
& (D \supset D) \cdot (E \supset A) \\
& F \vee C \\
& G \supset \sim H \\
& (I \supset G) \cdot (H \supset J) \\
& I \equiv \sim D \\
& (B \supset H) \cdot (\sim H \supset D) \\
& \therefore E \equiv F
\end{aligned}$$